

УДК 004.9

А.Ш. Кусяков

*Пермский государственный национальный
исследовательский университет*

Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15
8 (342) 2-396-560

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТОВ

Приведены результаты вероятностного анализа жестко-костных характеристик многослойных волокнистых композитов. При построении математической модели многослойного композита использован структурный подход. Численная реализация производилась в среде программного комплекса ANSYS.

Ключевые слова: композит; жесткость; вероятность.

Рассматривается многослойный композит, образованный продольно-поперечной укладкой однонаправленных слоев.

Основным структурным элементом многослойного пакета служит монослой, состоящий из параллельно уложенных волокон, связанных между собой полимерным связующим – матрицей.

Пусть

ось 1 направлена вдоль волокон, а
ось 2 – поперек волокон (рис. 1).

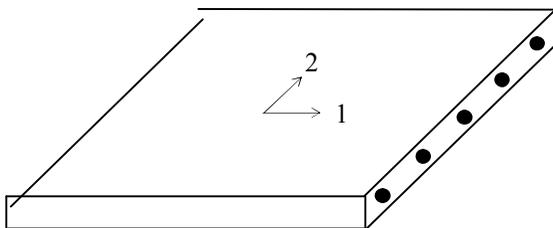


Рис. 1. Однонаправленный композит

Для получения приближенных теоретических оценок упругих характеристик монослоя воспользуемся следующими допущениями [5]:

1. Монослой представляет собой макроскопически однородное трансверсально-изотропное тело.

2. Волокна и связующее линейно упруги, изотропны и однородны.

3. Между связующим и волокнами существует полное сцепление.

4. Поперечно направленные к волокнам дополнительные напряжения, возникающие при действии напряжений, направленных вдоль волокон, ничтожно малы.

5. При нагружении монослоя поперек волокон, напряжения в связующем и волокнах одинаковы, а доля деформаций составляющих материалов в общей деформации монослоя пропорциональна объемному содержанию каждого составляющего.

Введем следующие обозначения:

E_a , E_c – модули Юнга армирующих волокон и связующего соответственно;

ν_a , ν_c – коэффициенты Пуассона армирующих волокон и связующего соответственно;

G_a , G_c – модули сдвига армирующих волокон и связующего соответственно;

μ – объемная доля армирующих волокон;

E_1, E_2 – модули Юнга монослоя вдоль и поперек волокон соответственно;

ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуассона монослоя $\left(\nu_{21} = \frac{\nu_{12}E_2}{E_1} \right)$;

G_{12} – модуль сдвига в плоскости монослоя.

На основе сделанных допущений можно получить следующие приближенные формулы [2]:

$$E_1 = E_a \mu + E_c (1 - \mu); \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{1}{\frac{\mu}{E_a} + \frac{1 - \mu}{E_c}}; \quad (2)$$

$$\nu_{12} = \nu_a \mu + \nu_c (1 - \mu); \quad (3)$$

$$G_{12} = \frac{1}{\frac{\mu}{G_a} + \frac{1 - \mu}{G_c}}. \quad (4)$$

В таблице приведены результаты теоретических расчетов по формулам (1)–(4) и экспериментальных данных [2] для материала НехПлу (углепластик).

Теоретические расчеты и экспериментальные данные

Характеристика	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	ν_{12}	G_{12} , ГПа
Расчет	183	8,36	0,3	3,20
Эксперимент	178	8,60	0,3	3,00

Таким образом, результаты расчетов по приближенным формулам (1)–(4) удовлетворительно согласуются с данными экспериментов.

По известным упругим характеристикам можно вычислить компоненты матрицы жесткости b_{11}, b_{22}, b_{12} и b_{33} монослоя в главных осях:

$$b_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, b_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, b_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, b_{33} = G_{12}. \quad (5)$$

Компоненты матрицы жесткости A_{11} , A_{22} , A_{12} и A_{33} многослойного композита, образованного продольно-поперечной укладкой слоев, представим в виде:

$$\begin{aligned} A_{11} &= b_{11}\theta_0 + b_{22}\theta_{90}, \\ A_{22} &= b_{22}\theta_0 + b_{11}\theta_{90}, \\ A_{12} &= b_{12}, \quad A_{33} = b_{33}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь θ_0 и θ_{90} – относительные содержания продольных и поперечных слоев соответственно ($\theta_0 + \theta_{90} = 1$).

В задачах оптимизации, как правило, величины θ_0 и θ_{90} – варьируемые параметры, а упругие характеристики (модули Юнга, коэффициент Пуассона и модуль сдвига) – директивные. Оптимальные значения варьируемых параметров зависят от типа конструкции и характера внешней нагрузки.

В работе [5] исследованы оптимальные схемы армирования для прямоугольной пластинки, находящейся под действием сжимающих нагрузок. В частности, установлено, что в случае, когда конструкция работает только на устойчивость, оптимальная схема армирования ($\theta_0 = \theta_{90} = 0,5$) не зависит от величины действующей нагрузки.

Исследуем влияние разброса упругих характеристик материалов волокон и связующего на жесткостные характеристики многослойного композита, состоящего из одинакового числа продольных и поперечных слоев ($\theta_0 = \theta_{90} = 0,5$). Для решения задачи воспользуемся модулем Probabilistic Design программного комплекса ANSYS [1, 3].

В качестве входных параметров используем упругие характеристики материала волокон и матрицы фирмы HEXCEL [2]: $E_a = 276 \text{ ГПа}$, $E_c = 2,90 \text{ ГПа}$. Коэффициенты Пуассона исходных компонент материала примем равными $\nu_a = \nu_c = 0,3$.

Для нахождения модулей сдвига армирующих волокон и матрицы воспользуемся известной формулой для изотропного материала:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} . \quad (7)$$

Объемная доля армирующих волокон $\mu = 0,66$. В качестве выходных параметров выберем жесткостные характеристики многослойного композита A_{11} , A_{22} , A_{12} и A_{33} .

Ниже приведена программа на языке APDL, реализующая алгоритм исследования влияния разброса упругих характеристик волокон и матрицы на жесткостные характеристики многослойного композита.

```

! Создание файла анализа stfa.txt
/Prep7
! Упругие характеристики волокон
EA=276e9
VA=0.3
GA=EA/(2*(1+VA))
! Упругие характеристики матрицы
EC=2906e7
VC=0.3
GC=EC/(2*(1+VC))
! Объемная доля волокон
MU=0.66
! Упругие характеристики монослоя
E1=EA*MU+EC*(1-MU)
E2=1/(MU/EA+(1-MU)/EC)
G12=1/(MU/GA+(1-MU)/GC)
v12=VA*MU+VC*(1-MU)
v21=v12*E2/E1
! Относительное содержание слоев
ET=0.5
! Матрица жесткости однонаправленного слоя
B11=E1/(1-V12*V21)
B22=E2/(1-V12*V21)
B12=v12*E2/(1-V12*V21)
B33=G12
! Матрица жесткости многослойного пакета
A11=B11*ET+B22*(1-ET)
A22=B22*ET+B11*(1-ET)
A12=B12
    
```

```

A33=B33
! Загрузка файла анализа
/input, stfa, txt
! Вход в модуль вероятностного анализа
/PDS
! Открытие файла анализа
PDANL, stfa, txt
! Входные параметры
PDVAR, EA, GAUS, 276,13.8
PDVAR, EC, GAUS, 2,9, 0,145
! Выходной параметр
PDVAR, A11, RESP
PDVAR, A22, RESP
PDVAR, A12, RESP
PDVAR, A33, RESP
! Выбор метода (Монте-Карло)
PDMETH, MCS,LHS
! Выполнение анализа
PDEXE, DEMOSTFA
! Последовательный вывод результатов в форме графиков
PDSHIS, DEMOSTFA, A11, MEAN,0.95
PDSHIS, DEMOSTFA, A22, MEAN,0.95
PDSHIS, DEMOSTFA, A12, MEAN,0.95
PDSHIS, DEMOSTFA, A33, MEAN,0.95
    
```

Результаты численного анализа представлены на рис. 2–5.

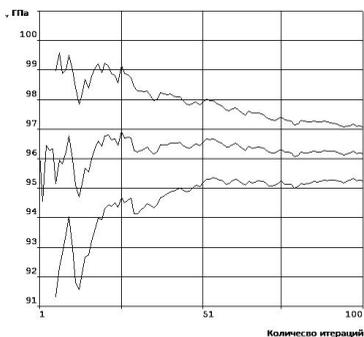


Рис. 2. Компонента A_{11}

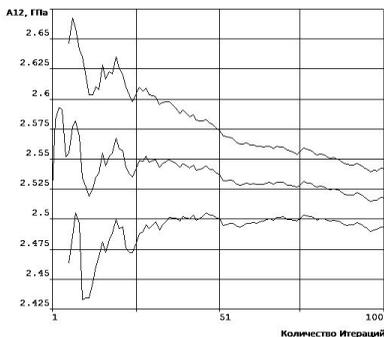


Рис. 3. Компонента A_{12}

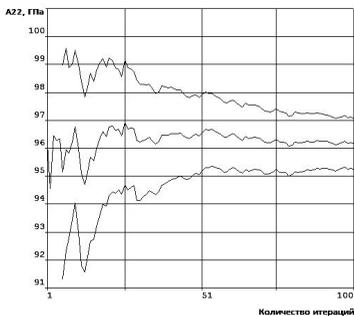


Рис. 4. Компонента A_{22}

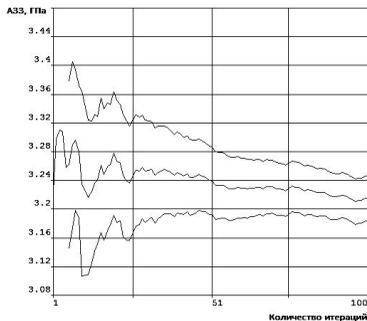


Рис. 5. Компонента A_{33}

На представленных рисунках показаны изменения средних значений и границ доверительных интервалов компонент матрицы жесткости многослойного композита в зависимости от числа итераций. Анализ полученных результатов показывает, что в данном случае разброс упругих характеристик волокна и матриц не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на жесткостные характеристики многослойного пакета.

В заключение сделаем два замечания:

1. На практике упругие характеристики монослоя чаще всего определяют экспериментально. Представленная выше программа легко модифицируется и на этот случай. Для модификации надо сначала удалить блоки "Упругие характеристики волокон", "Упругие характеристики матрицы" и "Объемная доля волокон".

В блок "Упругие характеристики монослоя" вместо теоретических формул следует внести значения упругих характеристик, полученных экспериментально.

В блоке "Входные параметры" вместо значений упругих характеристик волокон и матрицы следует вписать значения упругих характеристик монослоя.

2. Данный алгоритм можно обобщить и на случай, когда в состав пакета слоев включаются спиральные слои. Для модификации программы можно добавить блок "Жесткостные характеристики монослоя при повороте на заданный угол" и внести со-

ответствующие изменения в блок "Матрица жесткости многослойного пакета". Расчетные зависимости для нахождения жесткостных характеристик монослоя при повороте на заданный угол можно найти, например, в работах [2, 5].

Библиографический список

1. *Басов К.А.* ANSYS: Справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.

2. *Гришин В.Н., Дзюба А.С., Дударьков Ю.Н.* Прочность и устойчивость элементов и соединений авиационных конструкций из композитов. М.: Физ.-мат. лит. 2013. 272 с.

3. *Кусяков А.Ш.* Конечно-элементное моделирование в среде ANSYS / Перм. гос. ун-т. Пермь, 2007. 150 с.

4. *Кусяков А.Ш.* Проектирование тонких пластин, работающих на устойчивость и прочность // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: изд-во Перм. ун-та, 2013. Вып. 45. С. 30–38.

5. *Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А.* Соппротивление полимерных и композитных материалов. Рига: Зинатне, 1980. 572 с.