

УДК 531.57

Е.Н. Остапенко

*Пермский государственный национальный
исследовательский университет*

Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15
mpu@psu.ru; (342) 239-309

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОСТВОЛЬНОЙ СТРОИТЕЛЬНОЙ Артиллерийской системы

Приведен краткий экскурс в историю развития строительных артиллерийских систем. Описана математическая модель внутренней баллистики многоствольной строительной артиллерийской системы, предназначенной для застреливания свай в грунт, при разных технических характеристиках и условиях заряжания каждого из стволов. Отмечено, что существующие модели многоствольных строительных артиллерийских систем являются частным случаем предлагаемых в статье уравнений.

Ключевые слова: свая; строительный элемент; пушка; ствол; основная задача внутренней баллистики.

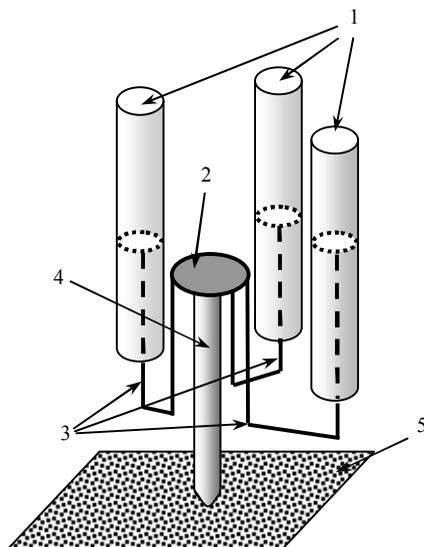
Введение

Начиная с 1990-х гг. в Пермском государственном национальном исследовательском университете ведутся научно-исследовательские работы по созданию принципиальных схем и математических моделей строительных артиллерийских орудий [1].

© Остапенко Е. Н., 2014

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (базовая часть государственного задания на проведение научно-исследовательских работ).

В результате этих работ совместно с Пермским национальным исследовательским политехническим университетом была создана одноствольная строительная артиллерийская система, носящая индекс УЗАС-2 и способная застреливать сваи в глинистый грунт на глубину до 4 м [2]. Исследования показали, что для застреливания свай на большую глубину необходимо применять массивные артиллерийские орудия, способные поглощать большую энергию отката при выстреле. Однако такие орудия из-за большой массы плохо поддаются транспортировке. Поэтому для устранения этого недостатка и увеличения проникновения сваи в грунт в ПГНИУ была разработана принципиальная схема многоствольной откатной артиллерийской установки [3], приведенная на рисунке.



Принципиальная схема
многоствольной строительной артиллерийской системы

Принцип работы установки. В стволы 1 вставляется фигурный поршень 3 с платформой 2, которая опирается на строительный элемент 4, упирающийся на поверхность грунта 5.

Во время выстрела платформа 2 давит на строительный элемент 4, в результате чего он проникает в грунт 5.

В работе [4] предложены математические модели, основанные на термодинамической теории выстрела и описывающие внутрибаллистические процессы в стволах 1 при условии, когда все артиллерийские системы, объединенные в единый многоствольный строительный комплекс, обладают одинаковыми техническими характеристиками и имеют одинаковые условия заряжания и выстрела. Показано, что для трех одинаковых откатных орудий М-47, объединенных в единую систему, возможно погружать сваи с помощью одного выстрела в глинистый грунт на глубину до 6 м.

В данной работе описывается математическая модель многоствольной строительной артиллерийской системы (МСАС) с различными техническими характеристиками и условиями заряжания каждого из стволов системы.

Основные допущения модели

В работе [5] предложены уравнения энергетического баланса в стволах 1 во время выстрела для пушек с различными техническими характеристиками и условиями заряжания, но объединенных согласно рис. в единую многоствольную строительную артиллерийскую систему.

Будем считать, что количество стволов равно n , и каждый ствол имеет свой порядковый номер i , где $i = \overline{1, n}$.

Примем следующие допущения:

1) стволы артиллерийских орудий перед выстрелом опущены вниз под углом 90° к поверхности грунта;

2) стволы без нарезов, т.е. рассматриваются только гладкоствольные системы, которые обеспечивают движение строительного элемента в грунте без вращения относительно его продольной оси;

3) для откатных орудий, объединенных в единую систему, не учитывается работа, затрачиваемая на перемещение газов и заряда. Это можно сделать, при-

няв во внимание то, что массы зарядов в рассматриваемых случаях чрезвычайно малы по сравнению с массами откатных частей пушек, поршня и строительного элемента, и, следовательно, кинетическая энергия заряда в каждой пушке будет настолько мала по сравнению с кинетическими энергиями откатных частей, поршня и строительного элемента, что ею можно пренебречь;

4) давление пороховых газов на дно каждого канала ствола, входящего в МСАС, и на поршень в этом стволе одинаковы;

5) состав продуктов горения не меняется, величина силы пороха f_i и коэффциент пороховых газов α_i постоянны;

6) показатель адиабаты $(\theta_i + 1)$ пороховых газов принимается постоянным, равным некоторому среднему значению;

7) предполагается, что строительный элемент стоит на месте, пока давление газов не достигает величины давления форсирования p_0 .

8) движение поршня по каналу каждого ствола рассматривается до момента его прохождения через дульный срез ствола;

9) растяжением стенок стволов при выстреле и прорывом газов через зазоры между поршнем и каналом ствола пренебрегается;

10) застреливаемый строительный элемент – недеформируемое твердое тело;

11) орудия, входящие в МСАС, имеют разные технические характеристики и условия заряжания;

12) во время выстрела отсутствует поворот строительного элемента и стволов относительно первоначальной вертикальной оси застреливания;

13) во всех стволах используется трубчатый зерненный порох;

14) первый период выстрела во всех стволах начинается одновременно.

Математическая модель

Опишем периоды выстрела многоствольной строительной артиллерийской системы.

Предварительный период выстрела для каждого из стволов описывается известной формулой внутренней баллистики [6]:

$$\Psi_{0,i} = \frac{\frac{1}{\Delta_i} - \frac{1}{\delta_i}}{\frac{f_i}{p_{0,i}} + \alpha_i - \frac{1}{\delta_i}}, \quad (1)$$

где $\Delta_i = \frac{\omega_i}{W_{0,i}}$, ω_i , $W_{0,i}$, δ_i , f_i , $p_{0,i}$, α_i – плотность заряжания,

масса заряда, объем каморы, плотность пороха, сила пороха, давление форсирования, коволюм пороховых газов в i -м стволе.

Согласно [5] уравнения энергетического баланса в первом периоде выстрела имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{f_i \omega_i}{\theta_i} \Psi_i - \frac{p_i (W_{\Psi_i} + S_i l_i)}{\theta_i} &= \int_0^{L_a} F(v_a, x) dx + \frac{mv_a^2}{2} + Q_i L_{p,i} + \\ &+ \frac{M_i V_i^2}{2} + \int_0^{L_{p,i}} G_i(V_i, y) dy - q L_a - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \int_0^{L_a} S_j p_j dz; \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\frac{dz}{dt} = v_a$ и L_a – абсолютные скорость и путь свай (строительного элемента) в грунте, m – масса строительного элемента, Q_i – вес откатных частей пушки с номером i , $L_{p,i}$ – путь отката откатных частей пушки с номером i , M_i – масса откатных частей пушки с порядковым номером i в многоствольной системе, q – вес строительного элемента, $\frac{dx}{dt} = v_a$, t – время,

$\frac{dy}{dt} = V_i$ – скорость отката ствола i , p_j и S_j – давление в канале и площадь поперечного сечения j -го ствола соответственно,

θ_i – показатель адиабаты пороховых газов без единицы, ψ_i – относительная часть сгоревшего заряда в стволе i , W_{ψ_i} – свободный объем каморы к моменту сгорания в ней части заряда ψ_i , $F(v_a, L_a)$ – сила сопротивления грунта движению в нем строительного элемента, $G(V_i, L_{p,i})$ – сила сопротивления откату i -го ствола.

Дифференцируя равенство (2) по параметру t и выражая $\frac{dp_i}{dt}$, получим соотношение, определяющее изменение давления в i -м стволе во время первого периода выстрела:

$$\begin{aligned} \frac{dp_i}{dt} = & \frac{f_i \omega_i \frac{d\Psi_i}{dt} + p_i \left[-\omega_i \left(\alpha_i - \frac{1}{\delta_i} \right) \frac{d\Psi_i}{dt} + S_i V_i + S_i v_a \right]}{S_i (L_{\Psi_i} + L_{p,i} + L_a)} + \\ & + \frac{-\theta_i F(v_a, L_a) v_a - \theta_i m v_a \frac{dv_a}{dt} - \theta_i M_i g V_i - \theta_i M_i V_i \frac{dV_i}{dt}}{S_i (L_{\Psi_i} + L_{p,i} + L_a)} + \quad (3) \\ & + \frac{-\theta_i G(V_i, L_{p,i}) V_i + \theta_i m g v_a + \theta_i v_a \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n S_j p_j}{S_i (L_{\Psi_i} + L_{p,i} + L_a)}, \end{aligned}$$

где $L_{\Psi_i} = \frac{W_{0,i}}{S_i} \left(1 - \frac{\Delta_i}{\delta_i} - \Delta_i \left(\alpha_i - \frac{1}{\delta_i} \right) \Psi_i \right)$.

Согласно второму закону Ньютона можем записать равенства

$$m \frac{dv_a}{dt} = \sum_{i=1}^n S_i p_i + mg - F(v_a, L_a), \quad (4)$$

$$M_i \frac{dV_i}{dt} = p_i S_i - M_i g - G(V_i, L_{p,i}), \quad (5)$$

где g – ускорение силы тяжести.

Очевидны соотношения

$$\frac{dL_a}{dt} = v_a, \quad (6)$$

$$\frac{dL_{p,i}}{dt} = V_i. \quad (7)$$

Согласно работе [6] для вычисления относительной части сгоревшего трубчатого зерненного пороха можно воспользоваться равенством

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = \frac{1}{I_{p,i}} p_i = \Gamma_i p_i, \quad (8)$$

где $\Gamma_i = \frac{1}{I_{p,i}}$ – удельная интенсивность газообразования, $I_{p,i}$ – импульс пороха в i -м стволе.

Таким образом, полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений (3)-(8) описывает первый период выстрела в стволе i .

Начальные условия для решения этой системы уравнений имеют вид:

$$\begin{cases} p_i(0) = p_{i,0}, & v_a(0) = 0, & V_i(0) = 0, \\ L_a(0) = 0, & L_{p,i}(0) = 0, & \Psi_i(0) = \Psi_{0,i}. \end{cases} \quad (9)$$

Так как второй период выстрела соответствует адиабатическому расширению пороховых газов, то уравнения моделирования для давления p_i примут вид

$$p_i = p_{i,k} \left(\frac{L_{\Psi_i=1,k} + L_{p,i,k} + L_{a,i,k}}{L_{\Psi_i=1,i} + L_{p,i} + L_a} \right)^{1+\theta_i}, \quad (10)$$

где $L_{\Psi_i=1,i} = \frac{W_{0,i}}{S_i} (1 - \Delta_i \alpha_i)$, $L_{a,i,k}$ – абсолютный путь поршня в конце первого периода выстрела для i -м стволе, $L_{p,i,k}$ – величина отката i -го ствола в конце первого периода выстрела, $p_{i,k}$ – давление в i -м стволе в конце первого периода выстрела.

Очевидно, что второй период выстрела для ствола i описывается системой уравнений (4)-(7), (10).

Начальные условия для этой системы уравнений имеют вид:

$$\begin{cases} v_a(0) = v_{a,k}, & V_i(0) = V_{i,k}, \\ L_a(0) = L_{a,k}, & L_{p,i}(0) = L_{p,i,k}, \end{cases} \quad (11)$$

где $v_{a,k}$ – абсолютная скорость строительного элемента в конце первого периода в стволе i , $V_{i,k}$ – скорость отката i -го ствола в конце первого периода выстрела.

Во время выстрела многоствольной строительной артиллерийской системы могут первый и второй периоды выстрела заканчиваться и начинаться в разные моменты времени соответственно. Поэтому расчеты с помощью приведенных уравнений внутренней баллистики нужно выполнять согласно правилу: если для орудия i выполняется условие $\Psi_i(t) < 1$, то для описания внутрибаллистических процессов решается задача Коши (3)-(9). Если $\Psi_i(t) = 1$ и $L_{p,i} + L_a \leq L_{d,i}$, то решается задача Коши (4)-(7), (10), (11), где $L_{d,i}$ – длина канала ствола i . Если $L_{p,i} + L_a > L_{d,i}$, то давление $p_i(t) \equiv 0$.

Очевидно, что после выхода поршня из всех каналов стволов движение сваи в грунте описывается задачей Коши:

$$\begin{cases} m \frac{dv_a}{dt} = -F(v_a, L_a) + mg, \\ \frac{dL_a}{dt} = v_a, \\ v_a(0) = v_{a,d}, \\ L_a(0) = L_{a,d}, \end{cases}$$

где $v_{a,d}$ – абсолютная скорость строительного элемента в момент выхода поршня из канала ствола, в котором дольше всего двигался поршень, $L_{a,d}$ – абсолютный путь поршня по каналу ствола, в котором дольше всего перемещался поршень в суммарное время первого и второго периодов выстрела.

Очевидно, что величина проникания строительного элемента в грунт соответствует значению L_a , при котором выполняется равенство $v_a = 0$.

Заключение

Нетрудно заметить, что задачи Коши, приведенные в работе [4] и описывающие внутреннюю баллистику многоствольных строительных систем с одинаковыми техническими характеристиками и условиями заряжания стволов, являются частным случаем описанных в настоящей статье моделей, которые позволяют решать основную задачу строительной баллистики при объединении в единую артсистему орудий с разными техническими характеристиками и условиями заряжания.

Библиографический список

1. Маланин В.В., Пенский О.Г. Сопряженные модели динамики импульсно-тепловых машин и проникания недеформируемых тел в сплошную среду: моногр. Пермь: Изд-во ПГУ. 2007. 199 с.
2. Бартоломей А.А., Григорьев В.Н., Омельчак И.М., Пенский О.Г. Основы импульсной технологии устройства фундаментов: моногр. Пермь: Изд-во ПГТУ. 2002. 179 с.
3. Маланин В.В., Пенский О.Г., Проничев А.А., Ракко А.Ю. Установка для погружения в грунт строительных элементов. Патент РФ на изобретение № 2348757 опубл. 10.03.2009. Бюл. № 7.
4. Пенский О.Г., Проничев А.А. Многоствольная артиллерийская установка для погружения в грунт строительных элементов // Изобретатель, 2010. № 10 (130). Минск. С. 15–19.
5. Пенский О.Г., Остапенко Е.Н., Черников А.В. Уравнения энергетического баланса многоствольных строительных артиллерийских систем // Вестник Пермского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2013. № 1 (13). Пермь. С. 34–37.
6. Русяк И.Г., Ушаков М.М. Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах: моногр. Екатеринбург: Изд-во УРО РАН. 2001. 259 с.